



## Gromadzenie danych

Przeprowadzono badanie transakcji kupna-sprzedaży nieruchomości odnotowanych na zdefiniowanym obszarze rynku. Uzyskano zbiór składający się z 70 transakcji nieruchomości lokalowymi, który zbadano – przy wykorzystaniu programu Gretl, → otrzymując następujące parametry statystyczne:

[W programie Gretl wykonujemy następujące czynności: Widok → statystyki opisowe → wybieramy nazwy zmiennych, których statystyki chcemy poznać; w badanym przypadku były to: cena transakcyjna, powierzchnia, cena transakcyjna zł/m<sup>2</sup>.]

Opis analizowanego zbioru	
Data minimalna =	2013-01-10
Data maksymalna =	2014-05-14
Liczba odnotowanych transakcji	70
Cena transakcyjna minimalna =	57 000,00 [zł]
Cena transakcyjna maksymalna =	220 000,00 [zł]
Cena transakcyjna średnia =	137 714,00 [zł]
Powierzchnia minimalna =	27,14 [m <sup>2</sup> ]
Powierzchnia maksymalna =	75,40 [m <sup>2</sup> ]
Powierzchnia średnia =	51,76 [m <sup>2</sup> ]
Cena transakcyjna 1 m <sup>2</sup> minimalna =	1 646,42 [zł/m <sup>2</sup> ]
Cena transakcyjna 1 m <sup>2</sup> maksymalna =	3 549,10 [zł/m <sup>2</sup> ]
Cena transakcyjna 1 m <sup>2</sup> średnia =	2 681,05 [zł/m <sup>2</sup> ]
Średnia =	2 681,05 [zł/m <sup>2</sup> ]
Mediana =	2 723,10 [zł/m <sup>2</sup> ]
Dominanta =	2 384,74 [zł/m <sup>2</sup> ]
Odchylenie standardowe =	396,68 [zł/m <sup>2</sup> ]

Przeprowadzono badanie rozkładu zmiennej „cena transakcyjna zł/m<sup>2</sup>”, mające na celu sprawdzenie możliwości zastosowania metod wyceny, opartych na takich parametrach, jak cena średnia i odchylenie standardowe.



Otrzymane wyniki [test Doornika-Hansena (1994) – test Chi-kwadrat (2) = 2,781 [0,2490] – jeden z testów wykorzystywanych przez program] potwierdzają zasadność przyjęcia hipotezy rozkładu normalnego dla badanej próby danych.

Zbadano współczynnik zmienności (określany również jako "względna miara zróżnicowania"), mający za zadanie rozpoznać poziom zróżnicowania cen transakcyjnych. Jeśli ceny nie są zróżnicowane, wówczas otrzymujemy wynik bliski 0% [sytuacja o tyle niemożliwa, co i wskazująca na brak podstaw do przeprowadzenia dalszych badań, bowiem szacowana wartość jest już znana], jeśli zaś otrzymamy wynik wyższy od średniej, wówczas oznacza to, iż współczynnik zmienności może być wyższy od 100%.

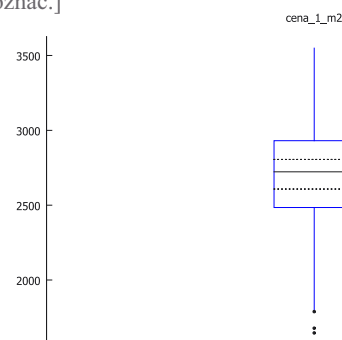
Zbadano skośność [asymetrię] rozkładu. Zgodnie z opisem statystyk (wykonanym przy pomocy programu Gretl), otrzymaliśmy:

Średnia =	2 681,05 [zł/m <sup>2</sup> ]
Mediana =	2 723,10 [zł/m <sup>2</sup> ]
Dominanta =	2 384,74 [zł/m <sup>2</sup> ]
Odchylenie standardowe =	396,68 [zł/m <sup>2</sup> ]
Skośność =	-0,441790
Kurtoza =	0,384680
Współczynnik zmienności =	0,147960

co oznacza, iż grupowanie cen występuje wokół wyższych niż średnia [2.681,05] wartości cechy, - mamy skośność ujemną [lewostronną], na co wskazuje wartość parametru [-0,441790].

Wykres pudełkowy ukazuje, w jaki sposób rozkładają się ceny transakcyjne wokół mediany informuje, co należy poprawić.

[W programie Gretl: wybieramy nazwę zmiennej, którą chcemy badać → Zmienna → Wykres pudełkowy → wybieramy to, co chcemy poznać.]



Nasza zmienna „cena transakcyjna zł/m<sup>2</sup>” posiada współczynnik zmienności wartości ok. 15%; można to opisać jako słabe zróżnicowanie cechy. Oznacza to, iż zbiór jest dobrze dopasowany, rozkład normalny cen został potwierdzony przeprowadzonym testem. Nie jest to jednak zbiór idealny [współczynnik zmienności nie zawiera się w bliskim położeniu 0%] – czeka nas więc dalsza praca.

Współczynnik zmienności wartości ok. 15% wskazuje zdolności negocjacyjne nabywców/zbywców, na brak takowych, ew. może informować o innych zdarzeniach, których rzeczoznawca majątkowy z badanego rynku wyodrębnić nie jest w stanie.

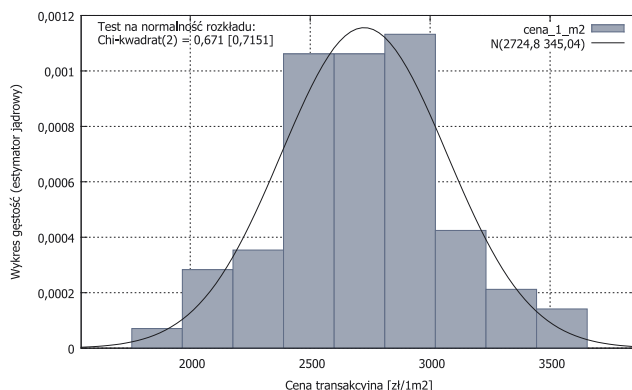
Odrzucono z bazy 3 transakcje o najniższej cenie [poniżej 1.800,00 zł/m<sup>2</sup>], ponownie zbadano statystykę zmiennej „cena transakcyjna zł/m<sup>2</sup>”. Otrzymaliśmy:

Minimalna =	1 861,80 [zł/m <sup>2</sup> ]
Maksymalna =	3 549,10 [zł/m <sup>2</sup> ]
Średnia =	2 724,80 [zł/m <sup>2</sup> ]
Mediana =	2 755,80 [zł/m <sup>2</sup> ]
Dominanta =	2 384,74 [zł/m <sup>2</sup> ]
Odchylenie standardowe =	345,04 [zł/m <sup>2</sup> ]
Skośność =	-0,037117
Kurtoza =	0,078676
Współczynnik zmienności =	0,126630

Poniżej histogram obrazujący rozkład zmiennej zależnej.

[W programie Gretl wybieramy nazwy zmiennych, które chcemy badać; w przypadku badanym były to: cena transakcyjna zł/m<sup>2</sup> → Zmienna → Rozkład częstości → wybieramy to, co chcemy poznać.]

Wykres i rozkład częstości.



Dolny przedział	Górny przedział	Liczoność	Częstość	Skumulowana
	1 967,30 zł	1	1,49%	19,44%
1 967,30 zł	2 178,20 zł	4	5,97%	
2 178,20 zł	2 389,10 zł	5	7,46%	
2 389,10 zł	2 600,00 zł	15	22,39%	
2 600,00 zł	2 810,90 zł	15	22,39%	66,67%
2 810,90 zł	3 021,80 zł	16	23,88%	79,17%
3 021,80 zł	3 232,70 zł	6	8,96%	88,89%
3 232,70 zł	3 443,60 zł	3	4,48%	94,45%
	>= 3443,60 zł	2	2,99%	100,00%
		<b>67</b>	<b>100,00%</b>	

Wyniki testu Doornika-Hansena wskazują, iż należy przyjąć hipotezę zerową.

Mamy więc przygotowany zbiór 67 transakcji, na którym będziemy pracować (Tabela nr 1).

## Specyfikacja modelu

Dobór zmiennych niezależnych [objaśniających] – nasze cechy rynkowe – w modelu regresji jest czynnością bardzo ważną. Do badania należy włączyć wszystkie zmienne, które pomagają wytłumaczyć zachowanie zmiennej zależnej [objaśnianej]. Powinniśmy jednak włączyć tylko tyle zmiennych, ile jest nam konieczne potrzebnych do wyjaśnienia modelu. Włączenie zmiennych nieistotnych statystycznie obniży nam bowiem statystyczną istotność wszystkich zmiennych objaśniających. Oznacza to, iż należy włączyć jak najmniejszą ilość zmiennych.

Narzędziem pozwalającym na dokonanie ilościowej oceny relacji między zmiennymi jest korelacja. Wartość „0” informuje, iż zmienne nie są skorelowane ze sobą; wartość „1”, iż zmienne wyjaśniają te same zależności, różnią się jednak tylko posiadaną nazwą. Korelacja jest więc miarą zależności pomiędzy dwiema zmiennymi oraz miarą siły tej zależności.

Dla potrzeb kolejnego etapu analizy, zmierzającego do określenia wag cech rynkowych i budowy modelu rynku, zbadano korelacje zachodzące pomiędzy poszczególnymi zmiennymi [cechami rynkowymi].

Metoda doboru zmiennych oparta jest na założeniach, iż zmienne niezależne [np. powierzchnia, lokalizacja, kondygnacja] wybrane do modelu między sobą winny być nieskorelowane lub skorelowane słabo, zaś skorelowane mocno ze zmienną zależną [np. cena transakcyjna zł/m<sup>2</sup>].

Zmienne zbyt silnie skorelowane ze sobą wnoszą do modelu zbliżone informacje; silna korelacja zmiennych (zwana współliniowością) prowadzi do szeregu niekorzystnych efektów modelowania ekonometrycznego.

Wartości współczynników korelacji dla poszczególnych par zmiennych niezależnych (cechy rynkowe nieruchomości) określają natężenie współzależności poszczególnych zmiennych. Pary cech rynkowych, które wykazują wysoki współczynnik korelacji mają podobny wpływ na kształtowanie się cen nieruchomości. Należy więc zrezygnować z jednej z cech rynkowych.



Tabela 1

Zestawienie transakcji przyjętych do badania [z określonymi stanami poszczególnych cech rynkowych]

Lp.	Data	Cena transakcyjna	Cena za 1 m <sup>2</sup>	Czas	Lokalizacja	Stan budynku	Powierzchnia [m <sup>2</sup> ]	Kondygnacja
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	2013-01-10	177 000,00 zł	2 813,99 zł	0,00	1,00	0,00	62,90	2,00
2	2013-01-15	125 000,00 zł	2 648,31 zł	5d	0,33	0,00	47,20	4,00
3	2013-01-16	133 000,00 zł	2 678,21 zł	6d	1,00	0,00	49,66	2,00
4	2013-01-16	138 000,00 zł	2 966,47 zł	6d	1,00	0,00	46,52	4,00
5	2013-01-22	100 000,00 zł	2 070,39 zł	12d	0,00	0,00	48,30	6,00
6	2013-01-22	135 000,00 zł	2 547,17 zł	12d	0,67	0,50	53,00	2,00
7	2013-01-29	182 000,00 zł	2 595,18 zł	19d	0,67	0,50	70,13	2,00
8	2013-02-11	187 000,00 zł	2 799,40 zł	32d	0,33	0,50	66,80	1,00
9	2013-02-18	134 000,00 zł	2 788,76 zł	39d	0,00	0,00	48,05	10,00
10	2013-03-22	120 000,00 zł	2 061,50 zł	71d	0,33	0,00	58,21	8,00
11	2013-03-26	160 000,00 zł	2 755,77 zł	75d	1,00	0,00	58,06	1,00
12	2013-04-18	90 000,00 zł	2 449,65 zł	98d	1,00	0,00	36,74	1,00
13	2013-04-19	179 000,00 zł	2 827,80 zł	99d	0,67	0,50	63,30	1,00
14	2013-04-23	125 000,00 zł	2 880,18 zł	103d	0,67	1,00	43,40	1,00
15	2013-04-26	210 000,00 zł	2 785,15 zł	106d	0,67	0,50	75,40	0,00
16	2013-05-07	135 000,00 zł	2 809,57 zł	117d	0,67	0,50	48,05	5,00
17	2013-05-17	120 000,00 zł	2 205,88 zł	127d	0,67	1,00	54,40	0,00
18	2013-06-03	160 000,00 zł	2 543,72 zł	144d	1,00	0,00	62,90	3,00
19	2013-06-14	57 000,00 zł	2 100,22 zł	155d	0,33	0,00	27,14	10,00
20	2013-06-17	123 000,00 zł	3 169,29 zł	158d	1,00	0,00	38,81	0,00
21	2013-06-17	163 500,00 zł	2 816,05 zł	158d	1,00	0,00	58,06	3,00
22	2013-06-17	150 000,00 zł	2 576,88 zł	158d	0,67	0,50	58,21	8,00
23	2013-07-01	153 000,00 zł	3 461,54 zł	172d	0,67	1,00	44,20	4,00
24	2013-07-03	70 000,00 zł	2 485,80 zł	174d	1,00	0,00	28,16	1,00
25	2013-07-03	170 000,00 zł	2 306,65 zł	174d	1,00	0,00	73,70	2,00
26	2013-07-10	180 000,00 zł	2 839,12 zł	181d	1,00	0,00	63,40	1,00
27	2013-07-10	165 000,00 zł	2 653,16 zł	181d	0,67	0,50	62,19	3,00
28	2013-07-11	166 000,00 zł	2 938,05 zł	182d	0,67	1,00	56,50	0,00
29	2013-07-12	122 500,00 zł	2 104,45 zł	183d	0,67	0,50	58,21	10,00
30	2013-07-15	180 000,00 zł	2 928,26 zł	186d	0,67	0,00	61,47	0,00
31	2013-07-25	150 000,00 zł	2 242,15 zł	196d	1,00	0,00	66,90	3,00
32	2013-08-01	122 000,00 zł	2 496,93 zł	203d	1,00	0,00	48,86	3,00
33	2013-08-17	90 000,00 zł	3 138,08 zł	219d	1,00	0,00	28,68	4,00
34	2013-08-23	200 000,00 zł	3 403,10 zł	225d	0,67	0,50	58,77	4,00
35	2013-08-24	80 000,00 zł	2 861,23 zł	226d	1,00	0,00	27,96	2,00
36	2013-09-09	147 000,00 zł	3 040,96 zł	242d	0,67	0,50	48,34	3,00
37	2013-09-11	176 000,00 zł	3 549,10 zł	244d	0,67	0,50	49,59	0,00
38	2013-09-19	160 000,00 zł	3 206,41 zł	252d	0,67	1,00	49,90	0,00
39	2013-09-24	125 000,00 zł	2 558,33 zł	257d	1,00	0,00	48,86	4,00
40	2013-10-03	145 000,00 zł	2 617,33 zł	266d	0,67	1,00	55,40	2,00
41	2013-10-03	150 000,00 zł	2 923,98 zł	266d	0,67	0,50	51,30	4,00
42	2013-10-11	98 000,00 zł	2 917,53 zł	274d	0,67	0,50	33,59	3,00
43	2013-10-22	120 000,00 zł	2 992,52 zł	285d	0,67	1,00	40,10	1,00
44	2013-10-22	149 000,00 zł	2 985,97 zł	285d	0,67	1,00	49,90	4,00

1	2	3	4	5	6	7	8	9
45	2013-10-24	75 000,00 zł	2 625,13 zł	287d	1,00	0,00	28,57	1,00
46	2013-10-31	119 000,00 zł	2 480,20 zł	294d	1,00	0,50	47,98	4,00
47	2013-11-07	140 000,00 zł	2 805,61 zł	301d	0,67	1,00	49,90	3,00
48	2013-11-08	120 000,00 zł	2 579,54 zł	302d	1,00	0,50	46,52	1,00
49	2013-12-17	150 000,00 zł	2 384,74 zł	341d	1,00	0,50	62,90	3,00
50	2013-12-17	150 000,00 zł	2 500,83 zł	341d	0,00	0,00	59,98	4,00
51	2013-12-23	150 000,00 zł	2 707,58 zł	347d	0,67	1,00	55,40	3,00
52	2013-12-23	158 000,00 zł	2 425,54 zł	347d	0,67	1,00	65,14	2,00
53	2014-01-21	120 000,00 zł	3 337,04 zł	376d	1,00	0,00	35,96	3,00
54	2014-02-14	90 000,00 zł	2 425,88 zł	400d	0,67	1,00	37,10	0,00
55	2014-02-21	90 000,00 zł	1 861,81 zł	407d	0,00	0,00	48,34	1,00
56	2014-02-27	157 000,00 zł	3 023,88 zł	413d	0,67	1,00	51,92	3,00
57	2014-03-11	150 000,00 zł	2 384,74 zł	425d	1,00	0,50	62,90	3,00
58	2014-03-11	165 000,00 zł	2 598,43 zł	425d	0,67	0,50	63,50	4,00
59	2014-03-21	185 000,00 zł	2 941,18 zł	435d	0,67	1,00	62,90	3,00
60	2014-03-31	159 000,00 zł	2 738,55 zł	445d	0,67	0,50	58,06	1,00
61	2014-04-02	182 000,00 zł	2 959,35 zł	447d	0,67	1,00	61,50	4,00
62	2014-04-03	154 000,00 zł	2 652,43 zł	448d	0,67	0,50	58,06	3,00
63	2014-04-10	87 000,00 zł	2 590,06 zł	455d	0,33	0,50	33,59	4,00
64	2014-05-07	220 000,00 zł	3 046,67 zł	482d	1,00	0,50	72,21	3,00
65	2014-05-13	82 000,00 zł	2 869,14 zł	488d	1,00	0,50	28,58	1,00
66	2014-05-14	80 000,00 zł	2 800,14 zł	489d	1,00	0,50	28,57	4,00
67	2014-05-14	118 000,00 zł	3 281,42 zł	489d	1,00	0,50	35,96	1,00

Zbadano zależności występujące pomiędzy zmienną zależną (cena transakcyjna [zł/m<sup>2</sup>]), poszczególnymi zmiennymi niezależnymi, których wpływ na wartość lokalu będzie przedmiotem analizy.

[W programie Gretl: Widok → macierz korelacji → wybieramy zmienne, których korelację chcemy poznać.]

Macierz korelacji dla badanego zbioru danych

Cena transakcyjna	Czas	Lokalizacja	Stan budynku	Powierzchnia lokalu	Kondygnacja	
1	0,1355	0,2616	0,2568	-0,1456	-0,2864	Cena transakcyjna
	1	0,1129	0,3803	-0,1488	-0,1194	Czas
		1	-0,1114	-0,0850	-0,3664	Lokalizacja
			1	0,1236	-0,1826	Stan budynku
				1	-0,0411	Powierzchnia lokalu
					1	Kondygnacja

Określając wartość rynkową nieruchomości należy ustalić cechy wpływające na poziom cen transakcyjnych nieruchomości podobnych do nieruchomości wycenianej.

## Czas

Czas został przyjęty jako cecha rynkowa. Stan cechy przyjęto w oznaczeniu daty w formacie MS Excel. Cecha ilościowa. Jednostka miary - 1 dzień w formacie MS Excel.

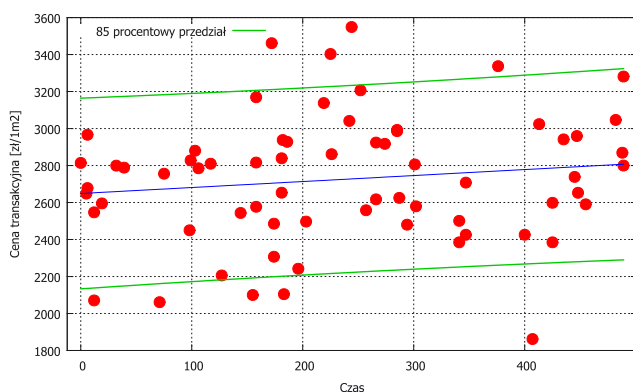
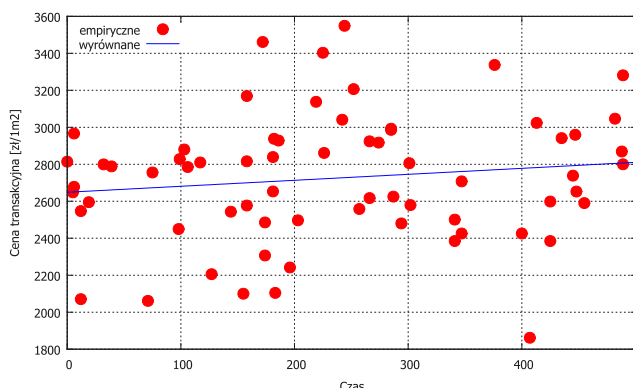
Do oszacowania parametrów stosujemy klasyczną metodę najmniejszych kwadratów [KMNK], najprostszą i najczęściej stosowaną metodę badania nieznanymi parametrów modelu.

[W programie Gretl: Model → KMNK → wklejamy nazwy zmiennych: zależnej [oś Y], niezależnych [oś X].]

Otrzymany wynik:

Parametr	Wartość	Miejsce w programie Gretl, w którym należy szukać danych
MAPE	Średni absolutny błąd procentowy 9,22%	Analiza → pokaż empiryczne, wyrównane i reszty
RMSE	Standardowy błąd oszacowania 306,68	Analiza → pokaż empiryczne, wyrównane i reszty
MAE	Średni błąd absolutny 244,70	Analiza → pokaż empiryczne, wyrównane i reszty

Prawdopodobieństwo przyjęcia występowania fałszywego trendu – wynikającego z przypadkowego układu danych – wynosi ok. 27,44%; jest na poziomie wyższym od założonego poziomu istotności, wynoszącym 15%. Należy przyjąć – wobec założonego poziomu istotności 15% – **nieistotność statystyczną** występowania trendu. Ceny transakcyjne należy pozostawić na poziomie cen transakcyjnych wynikających z treści aktów notarialnych.



## Lokalizacja

Cecha jakościowa. Przyjęte stany cechy:

- |      |                  |  |
|------|------------------|--|
| 1    | - bardzo dobra   | - nieruchomości położone w bardzo dobrej lokalizacji |
| 0,67 | - dobra          | - nieruchomości położone w dobrej lokalizacji        |
| 0,33 | - średnia        | - nieruchomości położone w średniej lokalizacji      |
| 0    | - mało korzystna | - nieruchomości położone w słabej lokalizacji        |

## Stan techniczny budynku

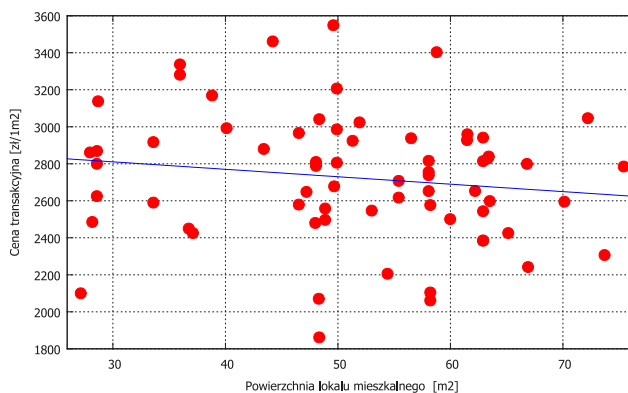
Cecha jakościowa. Przyjęte stany cechy:

- |   |                |   |
|---|----------------|---|
| 1 | - bardzo dobry | - rok budowy po 2000r., dobry stan techniczny, nowoczesna architektura, wysoka funkcjonalność |
| 0 | - średnia      | - rok budowy do 2000  |

## Powierzchnia lokalu mieszkalnego

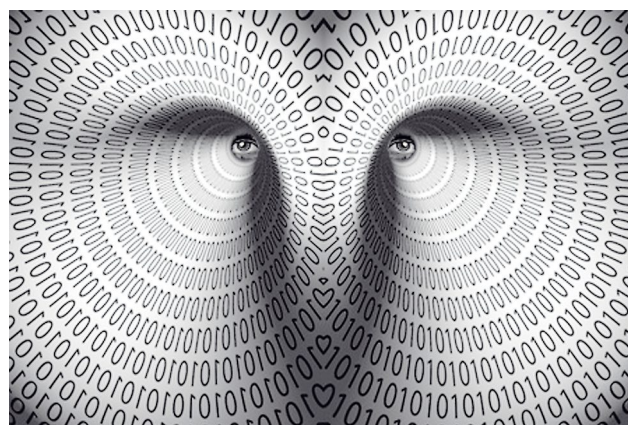
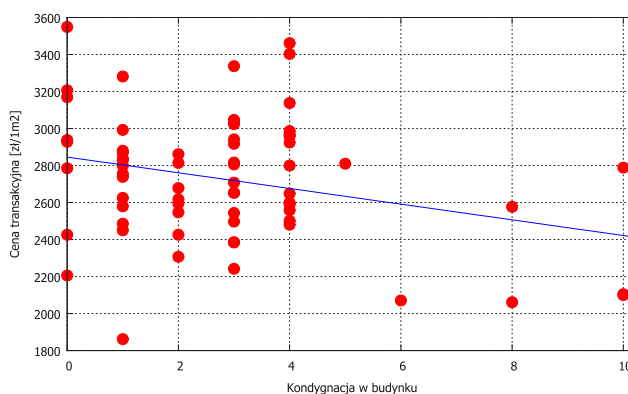
Cecha ilościowa. Przyjęto rzeczywistą powierzchnię nieruchomości lokalowych wynikającą z treści aktów notarialnych. Na poniższym wykresie funkcja „ceny transakcyjnej [zł/m<sup>2</sup>]” i „powierzchni lokalu mieszkalnego [m<sup>2</sup>]” ma przebieg liniowy, malejący.

[W programie Gretl: Widok → Wykresy zmiennych → Wykres rozrzutu X-Y... → wklejamy nazwy zmiennych: zależnej [oś Y], niezależnych [oś X].]



## Kondygnacja w budynku

Cecha jakościowa. Przyjęto rzeczywistą kondygnację w budynku. Na poniższym wykresie funkcja „ceny transakcyjnej [zł/m<sup>2</sup>]” i „kondygnacja w budynku” ma przebieg liniowy, malejący.



## Estymacja modelu

Dla określenia wartości nieruchomości lokalowej, założono zbudowanie addytywnego modelu ekonometrycznego w postaci równania regresji wielorakiej następującej postaci:

$$y = a_0 + a_1 \times x_1 + a_2 \times x_2 + a_3 \times x_3 + \dots + a_n \times x_n + e$$

gdzie:

- y = cena jednostkowa;
- a0 = stała, wyraz wolny;
- a1 ... an = parametry modelu, uzyskane w wyniku estymowania modelu;
- x1 ... xn = stany cech rynkowych;
- e = reszty modelu [różnica pomiędzy wartością empiryczną i teoretyczną zmiennej zależnej (objaśnianej)].

Po przeprowadzeniu badania przy pomocy KMNK, otrzymano następujące informacje – zob. Tabela nr 2.

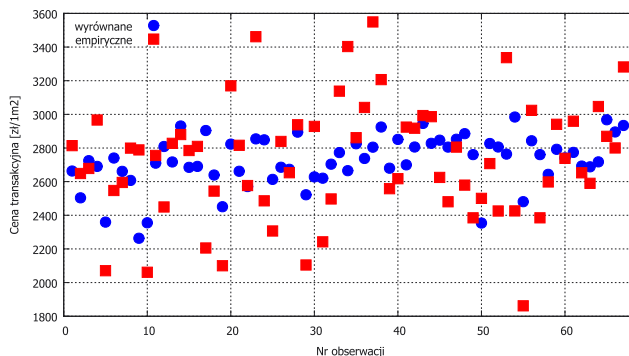
[W programie Gretl: Model → KMNK → wklejamy nazwy zmiennych: zależnej [oś Y], niezależnych [oś X].]

Zbudowany model cechują następujące wartości parametrów:

Parametr		Wartość	Miejsce w programie Gretl, w którym należy szukać danych
MAPE	Średni absolutny błąd procentowy	9,22%	Analiza → pokaż empiryczne, wyrównane i reszty
RMSE	Standardowy błąd oszacowania	306,68	Analiza → pokaż empiryczne, wyrównane i reszty
MAE	Średni błąd absolutny	244,70	Analiza → pokaż empiryczne, wyrównane i reszty

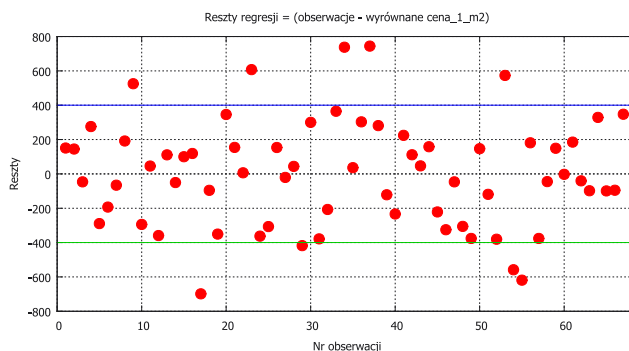
Na poniższym wykresie obserwujemy odchylenia teoretycznych wartości zmiennej objaśnianej od jej wartości empirycznych.

[W programie Gretl: Wykresy → wykres empirycznych i wyrównanych → względem obserwacji.]



Zbadano reszty [wykres poniżej].

[W programie Gretl: Wykresy → wykres reszt modelu → względem obserwacji]



Z powyższego wynika, iż model nie jest gotowy do oszacowania wartości nieruchomości lokalowej. Reszty rozkładają się w zakresie od -800zł/m<sup>2</sup> do 800 zł/m<sup>2</sup> powierzchni lokalu.

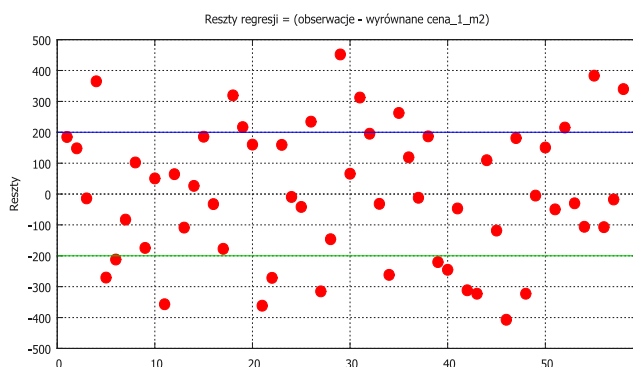
Tabela 2

	Współczynnik	Błąd standardowy	t-Studenta	Wartość p	
Const	2 728,63	238,55	11,44	6,43E-17	***
Lokalizacja	274,28	157,75	1,74	0,0870	*
Stan budynku	243,34	106,14	2,29	0,0253	**
Powierzchnia [m <sup>2</sup> ]	-4,63	3,18	-1,46	0,1507	
Kondygnacja	-24,28	18,67	-1,30	0,1948	
Średnia arytmetyczna zmiennej zależnej	2724,777		Odchylenie standardowe zmiennej zależnej	345,0425	
Suma kwadratów reszt	6301687		Błąd standardowy reszt	318,8105	
Wsp. determ. R-kwadrat	0,198012		Skorygowany R-kwadrat	0,146271	
F(4, 62)	3,826978		Wartość p dla testu F	0,007635	
Logarytm wiarygodności	-478,6987		Kryt. inform. Akaike'a	967,3973	
Kryt. bayes. Schwarz	978,4208		Kryt. Hannana-Quinna	971,7593	

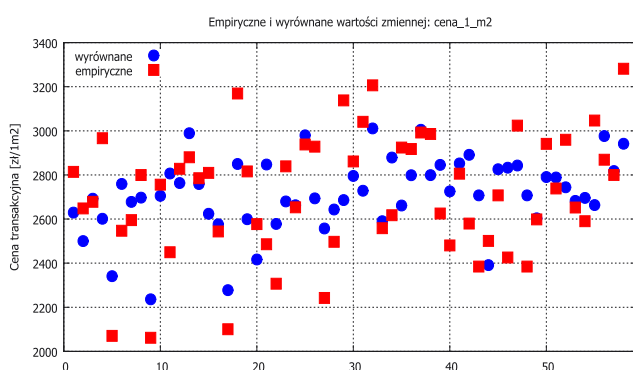
Następnym krokiem jest wyeliminowanie z bazy tych transakcji, które posiadają największe reszty. Odrzucono 9 transakcji [te o resztach poniżej wartości  $-400\text{zł/m}^2$  i powyżej wartości  $400\text{zł/m}^2$ ].

Po przeprowadzeniu badania przy pomocy KMNK, otrzymano następujące informacje – zob. Tabela nr 3.

Zbadano reszty [wykres poniżej].

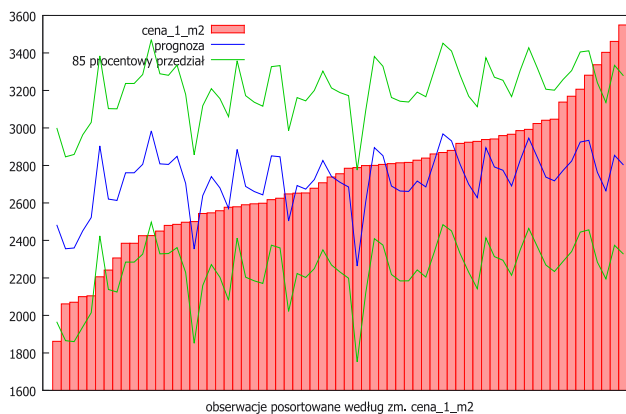


Na poniższym wykresie obserwujemy odchylenia teoretycznych wartości zmiennej objaśnianej, od jej wartości empirycznych.



Poniżej wykres obserwacji posortowanych wartości zmiennej „cena transakcyjna  $\text{zł/m}^2$ ” z zaznaczonym 85 procentowym przedziałem ufności.

[W programie Gretl: Analiza → prognoza →  $1-\alpha = 0,85$ ]



Z powyższego wynika, iż model nie jest gotowy do oszacowania wartości nieruchomości lokalowej.

W następnym kroku reszty podzielono na 3 grupy, stany ukrytej cechy rynkowej – nazwiemy ją później standardem lokalu mieszkalnego – nadano w zakresie od „0” do „1”.

I tak: do  $-200$  – stan cechy 0, od  $-200$  do  $200$  – stan cechy 0,5, od  $200$  – stan cechy 1.



Tabela 3

	Współczynnik	Błąd standardowy	t-Studenta	Wartość p	
Const	2 888,15	199,49	14,48	4,64E-20	***
Lokalizacja	146,02	133,35	1,10	0,2784	
Stan budynku	262,20	83,20	3,15	0,0027	***
Powierzchnia [m <sup>2</sup> ]	-4,75	2,34	-2,03	0,0472	**
Kondygnacja	-52,96	16,99	-3,12	0,0029	***
Średnia arytmetyczna zmiennej zależnej	2714,18		Odchylenie standardowe zmiennej zależnej	274,7106	
Suma kwadratów reszt	2682361		Błąd standardowy reszt	224,9679	
Wsp. determ. R-kwadrat	0,376421		Skorygowany R-kwadrat	0,329358	
F(4, 53)	7,998306		Wartość p dla testu F	0,000040	
Logarytm wiarygodności	-393,8096		Kryt. inform. Akaike'a	797,6192	
Kryt. bayes. Schwarz	807,9214		Kryt. Hannana-Quinna	801,6321	



Po przeprowadzeniu badania przy pomocy KMNK, otrzymano następujące informacje – zob. Tabela nr 4.

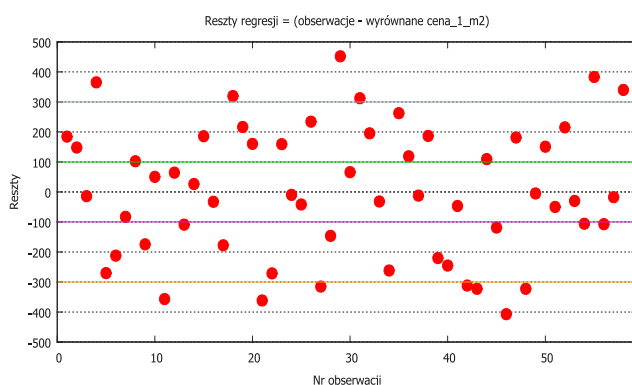
Zbudowany model cechują następujące wartości parametrów:

Parametr		Wartość
MAPE	Średni absolutny błąd procentowy	3,29%
RMSE	Standardowy błąd oszacowania	109,62
MAE	Średni błąd absolutny	88,57

Model uległ poprawie, jednak statystyka F oraz zmienna, niezależna „lokalizacja”, wskazują na to, iż istnieje możliwość dopracowania go.

Wracamy do poprzedniego modelu. Zamiast 3 stanów ukrytej cechy rynkowej określamy 5 stanów w zakresie od „0” do „1”.

I tak: od -500 do -300 – stan cechy 0, od -300 do -100 – stan cechy 0,25, od -100 do 100 – stan cechy 0,5, od 100 do 300 – stan cechy 0,75, od 300 – stan cechy 1 [wg poniższego wykresu].



Po przeprowadzeniu badania przy pomocy KMNK, uzyskano następujące informacje – zob. Tabela nr 5.

Zbudowany model cechują następujące wartości parametrów:

Parametr		Wartość
MAPE	Średni absolutny błąd procentowy	1,50%
RMSE	Standardowy błąd oszacowania	49,08
MAE	Średni błąd absolutny	40,34

Wykres empirycznych i wyrównanych wartości zmiennej „cena transakcyjna zł/m<sup>2</sup>”:

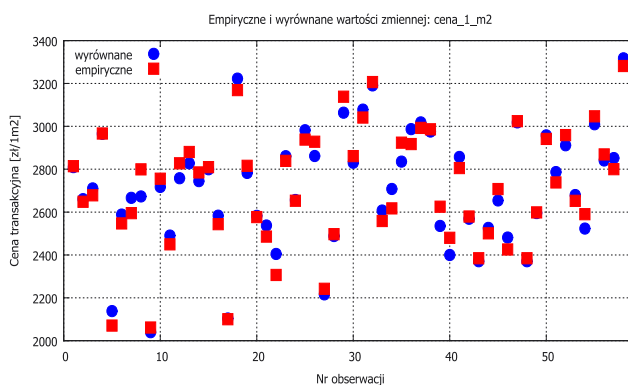
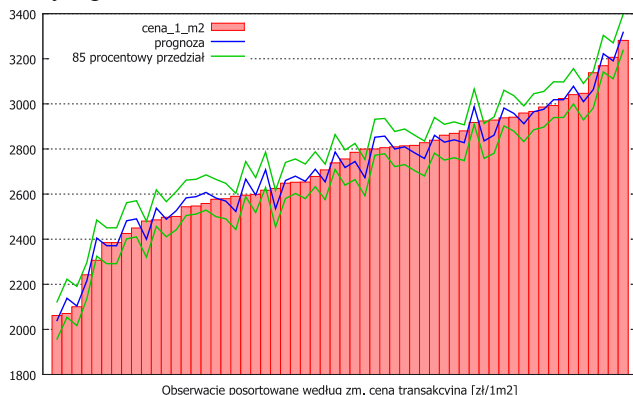


Tabela 4

	Współczynnik	Błąd standardowy	t-Studenta	Wartość p	
Const	2 540,72	106,56	23,84	1,16E-29	***
Lokalizacja	168,92	68,65	2,46	0,0172	**
Stan budynku	292,18	42,87	6,82	9,75E-09	***
Powierzchnia [m <sup>2</sup> ]	-4,14	1,20	-3,43	0,0012	***
Kondygnacja	-50,24	8,74	-5,82	3,74E-07	***
Cecha ukryta	591,24	48,58	12,17	7,71E-17	***
Średnia arytmetyczna zmiennej zależnej	2714,18		Odchylenie standardowe zmiennej zależnej	274,7106	
Suma kwadratów reszt	697009,6		Błąd standardowy reszt	115,7758	
Wsp. determ. R-kwadrat	0,837963		Skorygowany R-kwadrat	0,822383	
F(5,52)	53,783		Wartość p dla testu F	2,34E-19	
Logarytm wiarygodności	-354,7277		Kryt. inform. Akaike'a	721,4553	
Kryt. bayes. Schwarz	733,8180		Kryt. Hannana-Quinna	726,2708	

Wykres obserwacji posortowanych wartości zmiennej „cena transakcyjna zł/m<sup>2</sup>” z zaznaczonym 85 procentowym przedziałem ufności.



Jako statystycznie istotne dla cechy objaśnianej (zmienna zależna: „cena transakcyjna zł/m<sup>2</sup>”) analiza regresyjna – wykazała wszystkie przyjęte do badania cechy rynkowe – za wyjątkiem cechy rynkowej „czas”, która okazała się być nieistotna statystycznie.

Macierz korelacji dla badanego zbioru danych:

Cena transakcyjna	Lokalizacja	Stan budynku	Powierzchnia lokalu	Kondygnacja	Standard lokalu mieszkalnego	
1	0,2366	0,3600	-0,1514	-0,4688	0,7408	Cena transakcyjna
	1	-0,2041	-0,1090	-0,3918	-0,0626	Lokalizacja
		1	0,1424	-0,1492	0,0117	Stan budynku
			1	-0,0965	0,0523	Powierzchnia lokalu
				1	0,0250	Kondygnacja
					1	Standard lokalu mieszkalnego

## Weryfikacja modelu

### 1. Ocena istotności parametrów strukturalnych

Pierwszym krokiem (w ocenie modelu ekonometrycznego) jest ocena istotności wpływu poszczególnych zmiennych niezależnych (cechy rynkowe) na zmienną zależną. Hipoteza zerowa dla testu ma postać:  $H_0 : a_j = 0$ ; przy hipotezie alternatywnej  $H_1 : a_j \neq 0$ . Wartość statystyki t-Studenta wyznacza się ze wzoru:  $t_j = a_j/S(a_j)$ . W oszacowanym modelu parametry istotnie różniące się od zera są oznaczone symbolami „\*\*\*”, „\*\*”, „\*” – zmienna jest istotna na poziomie istotności 1%, \*\* – 5%, \* – 10% [więcej na ten temat: Kufel T.].

### 2. Oszacowanie stopnia dopasowania modelu

Ocenę stopnia dopasowania modelu do danych empirycznych wykonuje się przez oszacowanie błędu standardowego reszt, również współczynnika zmienności resztowej. Jeśli oszacowany  $V_e$  mniejszy będzie od granicznego (dopuszczalnego)  $V^*$ , wówczas wielkość błędu jest niewielka, – model odpowiedni jest do praktycznego wykorzystania.

W naszym przykładzie  $V_e$  ma wartość równą 0,0190, co oznacza, iż przy wartości granicznej, ustalonej na poziomie 0,15 model odpowiedni jest do praktycznego wykorzystania [więcej na ten temat: Kufel T.].

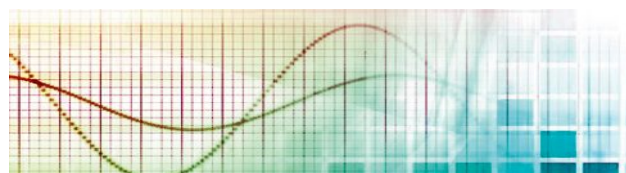


Tabela 5

	Współczynnik	Błąd standardowy	t-Studenta	Wartość p	
Const	2 554,89	47,22	54,10	2,15E-47	***
Lokalizacja	192,20	30,76	6,25	7,79E-08	***
Stan budynku	265,25	19,16	13,84	4,51E-19	***
Powierzchnia [m <sup>2</sup> ]	-5,53	0,54	-10,25	4,48E-14	***
Kondygnacja	-53,71	3,91	-13,72	6,44E-19	***
Cecha ukryta	690,17	22,44	30,76	4,87E-35	***
Średnia arytmetyczna zmiennej zależnej	2714,18		Odchylenie standardowe zmiennej zależnej	274,7106	
Suma kwadratów reszt	139713,5		Błąd standardowy reszt	51,83433	
Wsp. determ. R-kwadrat	0,967520		Skorygowany R-kwadrat	0,964397	
F(5,52)	309,7994		Wartość p dla testu F	2,04E-37	
Logarytm wiarygodności	-308,1187		Kryt. inform. Akaike'a	628,2374	
Kryt. bayes. Schwarz	640,6001		Kryt. Hannana-Quinna	633,0529	

### 3. Współczynnik determinacji $[R^2]$ – miara dokładności dopasowania modelu do danych empirycznych. Współczynnik determinacji definiuje jaka część zmiennej objaśnianej jest wyjaśniona przez model

Zmienność empirycznych wartości zmiennej objaśnianej dzielimy na dwie części: zmienność wyjaśnioną przez model (zmierzona sumą kwadratów odchyłek wartości teoretycznych od średniej)  $[R^2]$  i zmienność niewyjaśnioną przez model (odzwierciedloną w sumie kwadratów reszt)  $[\varphi^2]$ .

Współczynnik determinacji  $[R^2]$  uwzględnia jedynie te obserwacje, które należą do próby; nie udziela informacji nt. wartości prognostycznej modelu.

### 4. Ocena normalności składnika resztowego

Składnik losowy można zdefiniować jako nieprzewidywalność zachowań i relacji, zachodzących pomiędzy stronami transakcji; dochodzą błędy pomiaru zmiennych objaśniających, opisujących badane zjawisko, błędy w konstrukcji modelu (to jednak jakoby mamy pod kontrolą). Program Gretl umożliwia ocenę rozkładu reszt za pomocą czterech testów.

[W programie Gretl: Testy → test normalności rozkładu reszt.]

### 5. Współliniowość zmiennych objaśniających

Wystąpienie dokładnej współliniowości zmiennych objaśniających uniemożliwi zastosowanie metody najmniejszych kwadratów. Zdarza się, iż zależności obserwowane pomiędzy zmiennymi objaśniającymi zbliżone są do liniowych. Konsekwencją przybliżonej współliniowości zmiennych objaśniających może być pozorny, łączny brak istotności kluczowych zmiennych objaśniających, często połączone z wysoką wartością współczynnika determinacji  $R^2$ .

Czynnik inflacji wariancji (VIF) porównuje sytuację faktyczną z idealną, w której żadne zmienne objaśniające nie są ze sobą skorelowane.



Wysoka wartość współczynnika determinacji  $[R^2]$  informuje o bliskim liniowym związku pomiędzy zmienną zależną i pozostałymi zmiennymi niezależnymi. Jeśli brak jest współliniowości  $R^2 = 0$ , a  $VIF = 1$ .

[W programie Gretl: Testy → ocena współliniowości.]

VIF (Variance Inflation Factors) – minimalna możliwa wartość = 1.0

Wartości > 10.0 mogą wskazywać na współliniowość.

Zmienne	Wartość
Lokalizacja	1,314
Stan budynku	1,125
Powierzchnia lokalu	1,047
Kondygnacja	1,283
Standard lokalu mieszkalnego	1,006

### 6. Test specyfikacji modelu

Test RESET jest ogólnym testem poprawności konstrukcji modelu.

[W programie Gretl: Testy → test specyfikacji Ramsey's RESET → wybrałam: kwadrat i sześcián zmiennej.]

Statystyka testu:  $F = 0,807829$ ,

z wartością  $p = P(F(2,50) > 0,807829) = 0,452$

Empiryczny poziom istotności testu RESET wynosi 0,452. Oznacza to, iż na poziomie istotności  $\alpha = 0,05$  przyjmujemy hipotezę zerową o łącznym braku istotności dodatkowych zmiennych. Postać funkcyjna wyjściowego modelu zatem została dobrana poprawnie.

Inne testy są opisane w książce: Kufel T., *Ekonomometria. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem programu GRETl*, wyd. PWN, Warszawa 2011.

### Praktyczne wykorzystanie modelu

Wynikiem naszej pracy jest równanie regresji, uwzględniające cechy rynkowe nieruchomości przyjętych do badania:

	Współczynnik	Błąd standardowy	t-Studenta	wartość p	
Const	2554,89	47,2227	54,1030	<0,00001	***
Lokalizacja	192,196	30,7605	6,2481	<0,00001	***
Stan budynku	265,247	19,1627	13,8418	<0,00001	***
Powierzchnia [m <sup>2</sup> ]	-5,5277	0,539549	-10,2450	<0,00001	***
Kondygnacja	-53,707	3,91383	-13,7224	<0,00001	***
Standard lokalu mieszkalnego	690,169	22,4352	30,7628	<0,00001	***

Wartość 1 m<sup>2</sup> powierzchni użytkowej lokalu mieszkalnego wynosi:  
 $2.554,89\text{zł} + 192,20\text{zł} \times \text{lokalizacja} + 265,45\text{zł} \times \text{stan budynku} - 5,53\text{zł} \times \text{powierzchnia lokalu [m}^2\text{]} - 53,71\text{zł}$   
 $\times \text{kondygnacja} + 690,17\text{zł} \times \text{standard lokalu mieszkalnego}$

Porównaj dane z Tabeli nr 6.

Wartość 1 m<sup>2</sup> powierzchni użytkowej wycenianego lokalu mieszkalnego wynosi:  
 $2.803,41\text{zł/m}^2 = 2.554,89\text{zł} + 192,20\text{zł} \times 0,67 + 265,45\text{zł} \times 1 - 5,53\text{zł} \times 49,90\text{ m}^2 - 53,71\text{zł} \times 4 + 690,17\text{zł} \times 0,5$

Tabela 6

Lp.	Data	Cena transakcyjna	Cena za 1 m <sup>2</sup>	Lokalizacja	Stan budynku	Powierzchnia [m <sup>2</sup> ]	Kondygnacja	Standard lokalu	Cena prognozowana	Reszta	%
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	2013-01-10	177 000,00 zł	2 813,99 zł	1	0,00	62,90	2	0,75	2 809,46 zł	4,53 zł	-0,16%
2	2013-01-15	125 000,00 zł	2 648,31 zł	0,33	0,00	47,20	4	0,75	2 660,09 zł	-11,78 zł	0,44%
3	2013-01-16	133 000,00 zł	2 678,21 zł	1	0,00	49,66	2	0,5	2 710,14 zł	-31,92 zł	1,18%
4	2013-01-16	138 000,00 zł	2 966,47 zł	1	0,00	46,52	4	1	2 965,16 zł	1,30 zł	-0,04%
5	2013-01-22	100 000,00 zł	2 070,39 zł	0	0,00	48,30	6	0,25	2 138,07 zł	-67,68 zł	3,17%
6	2013-01-22	135 000,00 zł	2 547,17 zł	0,67	0,50	53,00	2	0,25	2 588,42 zł	-41,25 zł	1,59%
7	2013-01-29	182 000,00 zł	2 595,18 zł	0,67	0,50	70,13	2	0,5	2 666,24 zł	-71,05 zł	2,66%
8	2013-02-11	187 000,00 zł	2 799,40 zł	0,33	0,50	66,80	1	0,5	2 673,01 zł	126,39 zł	-4,73%
9	2013-03-22	120 000,00 zł	2 061,50 zł	0,33	0,00	58,21	8	0,25	2 039,28 zł	22,22 zł	-1,09%
10	2013-03-26	160 000,00 zł	2 755,77 zł	1	0,00	58,06	1	0,5	2 717,39 zł	38,38 zł	-1,41%
11	2013-04-18	90 000,00 zł	2 449,65 zł	1	0,00	36,74	1	0	2 490,21 zł	-40,56 zł	1,63%
12	2013-04-19	179 000,00 zł	2 827,80 zł	0,67	0,50	63,30	1	0,5	2 757,72 zł	70,09 zł	-2,54%
13	2013-04-23	125 000,00 zł	2 880,18 zł	0,67	1,00	43,40	1	0,25	2 827,94 zł	52,24 zł	-1,85%
14	2013-04-26	210 000,00 zł	2 785,15 zł	0,67	0,50	75,40	0	0,5	2 744,51 zł	40,63 zł	-1,48%
15	2013-05-07	135 000,00 zł	2 809,57 zł	0,67	0,50	48,05	5	0,75	2 799,75 zł	9,82 zł	-0,35%
16	2013-06-03	160 000,00 zł	2 543,72 zł	1	0,00	62,90	3	0,5	2 583,21 zł	-39,49 zł	1,53%
17	2013-06-14	57 000,00 zł	2 100,22 zł	0,33	0,00	27,14	10	0,25	2 103,67 zł	-3,45 zł	0,16%
18	2013-06-17	123 000,00 zł	3 169,29 zł	1	0,00	38,81	0	1	3 222,64 zł	-53,35 zł	1,66%
19	2013-06-17	163 500,00 zł	2 816,05 zł	1	0,00	58,06	3	0,75	2 782,52 zł	33,54 zł	-1,21%
20	2013-06-17	150 000,00 zł	2 576,88 zł	0,67	0,50	58,21	8	0,75	2 582,44 zł	-5,56 zł	0,22%
21	2013-07-03	70 000,00 zł	2 485,80 zł	1	0,00	28,16	1	0	2 537,66 zł	-51,86 zł	2,04%
22	2013-07-03	170 000,00 zł	2 306,65 zł	1	0,00	73,70	2	0,25	2 404,65 zł	-98,00 zł	4,08%
23	2013-07-10	180 000,00 zł	2 839,12 zł	1	0,00	63,40	1	0,75	2 860,41 zł	-21,29 zł	0,74%
24	2013-07-10	165 000,00 zł	2 653,16 zł	0,67	0,50	62,19	3	0,5	2 656,43 zł	-3,27 zł	0,12%
25	2013-07-11	166 000,00 zł	2 938,05 zł	0,67	1,00	56,50	0	0,5	2 981,75 zł	-43,70 zł	1,47%
26	2013-07-15	180 000,00 zł	2 928,26 zł	0,67	0,00	61,47	0	0,75	2 861,36 zł	66,90 zł	-2,34%
27	2013-07-25	150 000,00 zł	2 242,15 zł	1	0,00	66,90	3	0	2 216,00 zł	26,15 zł	-1,18%
28	2013-08-01	122 000,00 zł	2 496,93 zł	1	0,00	48,86	3	0,25	2 488,31 zł	8,62 zł	-0,35%
29	2013-08-17	90 000,00 zł	3 138,08 zł	1	0,00	28,68	4	1	3 063,82 zł	74,26 zł	-2,42%
30	2013-08-24	80 000,00 zł	2 861,23 zł	1	0,00	27,96	2	0,5	2 830,14 zł	31,09 zł	-1,10%
31	2013-09-09	147 000,00 zł	3 040,96 zł	0,67	0,50	48,34	3	1	3 078,11 zł	-37,15 zł	1,21%
32	2013-09-19	160 000,00 zł	3 206,41 zł	0,67	1,00	49,90	0	0,75	3 190,79 zł	15,62 zł	-0,49%
33	2013-09-24	125 000,00 zł	2 558,33 zł	1	0,00	48,86	4	0,5	2 607,14 zł	-48,81 zł	1,87%
34	2013-10-03	145 000,00 zł	2 617,33 zł	0,67	1,00	55,40	2	0,25	2 707,87 zł	-90,55 zł	3,34%
35	2013-10-03	150 000,00 zł	2 923,98 zł	0,67	0,50	51,30	4	0,75	2 835,49 zł	88,49 zł	-3,12%
36	2013-10-11	98 000,00 zł	2 917,53 zł	0,67	0,50	33,59	3	0,75	2 987,13 zł	-69,60 zł	2,33%

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
37	2013-10-22	120 000,00 zł	2 992,52 zł	0,67	1,00	40,10	1	0,5	3 018,74 zł	-26,22 zł	0,87%
38	2013-10-22	149 000,00 zł	2 985,97 zł	0,67	1,00	49,90	4	0,75	2 975,95 zł	10,02 zł	-0,34%
39	2013-10-24	75 000,00 zł	2 625,13 zł	1	0,00	28,57	1	0	2 535,39 zł	89,74 zł	-3,54%
40	2013-10-31	119 000,00 zł	2 480,20 zł	1	0,50	47,98	4	0	2 399,65 zł	80,55 zł	-3,36%
41	2013-11-07	140 000,00 zł	2 805,61 zł	0,67	1,00	49,90	3	0,5	2 857,12 zł	-51,51 zł	1,80%
42	2013-11-08	120 000,00 zł	2 579,54 zł	1	0,50	46,52	1	0	2 568,85 zł	10,69 zł	-0,42%
43	2013-12-17	150 000,00 zł	2 384,74 zł	1	0,50	62,90	3	0	2 370,85 zł	13,89 zł	-0,59%
44	2013-12-17	150 000,00 zł	2 500,83 zł	0	0,00	59,98	4	0,75	2 525,99 zł	-25,15 zł	1,00%
45	2013-12-23	150 000,00 zł	2 707,58 zł	0,67	1,00	55,40	3	0,25	2 654,16 zł	53,42 zł	-2,01%
46	2013-12-23	158 000,00 zł	2 425,54 zł	0,67	1,00	65,14	2	0	2 481,47 zł	-55,92 zł	2,25%
47	2014-02-27	157 000,00 zł	3 023,88 zł	0,67	1,00	51,92	3	0,75	3 018,49 zł	5,39 zł	-0,18%
48	2014-03-11	150 000,00 zł	2 384,74 zł	1	0,50	62,90	3	0	2 370,85 zł	13,89 zł	-0,59%
49	2014-03-11	165 000,00 zł	2 598,43 zł	0,67	0,50	63,50	4	0,5	2 595,48 zł	2,95 zł	-0,11%
50	2014-03-21	185 000,00 zł	2 941,18 zł	0,67	1,00	62,90	3	0,75	2 957,77 zł	-16,60 zł	0,56%
51	2014-03-31	159 000,00 zł	2 738,55 zł	0,67	0,50	58,06	1	0,5	2 786,69 zł	-48,15 zł	1,73%
52	2014-04-02	182 000,00 zł	2 959,35 zł	0,67	1,00	61,50	4	0,75	2 911,81 zł	47,54 zł	-1,63%
53	2014-04-03	154 000,00 zł	2 652,43 zł	0,67	0,50	58,06	3	0,5	2 679,27 zł	-26,84 zł	1,00%
54	2014-04-10	87 000,00 zł	2 590,06 zł	0,33	0,50	33,59	4	0,25	2 522,99 zł	67,07 zł	-2,66%
55	2014-05-07	220 000,00 zł	3 046,67 zł	1	0,50	72,21	3	1	3 009,53 zł	37,14 zł	-1,23%
56	2014-05-13	82 000,00 zł	2 869,14 zł	1	0,50	28,58	1	0,25	2 840,60 zł	28,54 zł	-1,00%
57	2014-05-14	80 000,00 zł	2 800,14 zł	1	0,50	28,57	4	0,5	2 852,07 zł	-51,93 zł	1,82%
58	2014-05-14	118 000,00 zł	3 281,42 zł	1	0,50	35,96	1	1	3 317,42 zł	-35,99 zł	1,08%
<b>WYCENIANA NIERUCHOMOŚĆ LOKALOWA</b>				<b>0,67</b>	<b>1,00</b>	<b>49,90</b>	<b>4</b>	<b>0,5</b>	<b>2 803,41 zł</b>		

## Literatura

1. Czaja J., *Metody szacowania wartości rynkowej i katastralnej nieruchomości*, Kraków 2001.
2. Czaja J., Parzych P., *Szacowanie rynkowej wartości nieruchomości w aspekcie międzynarodowych standardów wyceny*, Kraków 2007.
3. Gruszczyński M., Kuszewski T., Podgórska M., *Ekonometria i badania operacyjne*, wyd. PWN, Warszawa 2009.
4. Goryl A., Jędrzejczyk Z., Kukuła K., Osiewalski J., Walkosz A., *Wprowadzenie do ekonometrii*, wyd. PWN, Warszawa 2009.
5. Koop Gary, *Wprowadzenie do ekonometrii*, Warszawa 2011.
6. Kufel T., *Ekonometria. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem programu GRETl*, wyd. PWN, Warszawa 2011.
7. Maddala G. S., *Ekonometria*, wyd. PWN, Warszawa 2013.
8. Pułaska-Turyńska B., *Statystyka dla ekonomistów*, Warszawa 2011.